



University IBN KHALDOUN of Tiaret
ANNEXE DE MÉDECINE



TD
ANALYSE DIMENSIONNELLE

Mme CHIBANI F

Exercice n°1 :

Déterminer les dimensions des grandeurs suivantes :

- L'énergie cinétique $E_c = \frac{1}{2}mv^2.$ $[E_c] =$
- La pression hydrostatique $P = \rho gh.$ $[P] =$
- La force $F = m a.$ $[F] =$
- Le travail $W = F.l$ $[W] =$
- La masse volumique $\rho = \frac{m}{V}$ $[\rho] =$

Vérifiez l'homogénéité des équations aux dimensions :

- $[E].T^{-2} = M^2.L^4.T^{-6}$
- $[E] = \frac{[F]^2.[l]}{[t]^{-1}.[v][m]}$
- $[W] = [P].L^3$

Solution de l'exercice n° 1 :

- L'énergie cinétique $E_c = \frac{1}{2}mv^2$. $[E_c] = ML^2T^{-2}$
- La pression hydrostatique $P = \rho gh$. $[P] = ML^{-1}T^{-2}$
- La force $F = m a$. $[F] = MLT^{-2}$
- Le travail $W = F.l$ $[W] = ML^2T^{-2}$
- La masse volumique $\rho = \frac{m}{V}$ $[\rho] = M L^3$

Vérifiez l'homogénéité des équations aux dimensions :

• $[E].T^{-2} = M^2.L^4.T^{-6}$ **Fausse**

• $[E] = \frac{[F]^2.[l]}{[t]^{-1}.[v][m]}$ **Correcte**

$[W] = [P].L^3$ **Correcte**

Exercice n°2 :

Pour qu'une particule se déplace uniformément sur une orbitale circulaire, il faut une force centripète qui dépend en fait de la masse m de la particule, de sa vitesse v et du rayon r du cercle. Exprimer à l'aide d'une analyse dimensionnelle la force centripète en fonction de ces quantités.

Solution de l'exercice n°2 :

La force centripète $F = km^\alpha v^\beta r^\gamma$ avec
$$\begin{cases} [m] = M \\ [v] = LT^{-1} \\ [r] = L \\ [k] = 1 \\ [F] = MLT^{-2} \end{cases}$$

L'équation aux dimension de la force centripète devient :

$$[F] = [k][m^\alpha][v^\beta][r^\gamma] = (M)^\alpha (LT^{-1})^\beta (L)^\gamma = M^\alpha L^{\beta+\gamma} T^{-\beta} = MLT^{-2}$$

On en déduit :
$$\begin{cases} \alpha = 1 \\ \beta + \gamma = 1 \\ -\beta = -2 \quad \beta = 2 \end{cases} \Rightarrow \gamma = -1$$

Finalement, on conclue que la formule de la force centripète s'écrit : $F = mv^2/r$

Exercice n°3 :

La période T d'un satellite terrestre circulaire peut dépendre, a priori, de la masse de la Terre m , du rayon R cercle décrit et de la constante de la gravitation universelle g . On peut faire l'hypothèse que la période T a pour expression : $T = K m^a \cdot R^b \cdot g^c$.

Où K est une constante sans dimension.

Déterminer par l'analyse dimensionnelle, les valeurs de a , b , c

Solution de l'exercice n°3 :

La période T , $[T] = T$; la masse m , $[m] = M$; le rayon R , $[R] = L$; l'accélération de la pesanteur g , $[g] = LT^{-2}$;

$$[K] = 1$$

On a l'hypothèse que la période T a pour expression : $T = K m^a \cdot R^b \cdot g^c$.

Déterminer par l'analyse dimensionnelle, les valeurs de a , b , c .

L'équation aux dimension de la période devient :

$$[T] = [K][m^a][R^b][g^c] = (M)^a (L)^b (LT^{-2})^c = M^a L^{b+c} T^{-2c} = M L T^{-2}$$

$$\text{On en déduit : } \begin{cases} a = 0 \\ b + c = 0 \\ -2c = 1 \end{cases} \Rightarrow b = \frac{1}{2}$$

Finalement, on conclue que la formule de la période s'écrit : $T = k \sqrt{\frac{R}{g}}$

Exercice n°4 :

Une vitesse $\vec{V}$ dans un fluide d'une viscosité ν est donnée par la relation $\vec{F} = -6\pi \nu r \vec{V}$.

Quelle est l'équation aux dimensions du coefficient de viscosité ν ?

Quelle est la relation entre le poiseuille, unité de la viscosité du système MKSA et le poise unité de ν dans le système CGS ?

Exercice n°5 :

La vitesse du flux sanguin V fois la longueur du L du vaisseau sanguin dépendent du diamètre du vaisseau D , la viscosité du sang ν , et de la différence de pression ΔP . En utilisant l'analyse dimensionnelle déterminer les valeurs de a , b et c telle que

$$V.L = kD^a\nu^b\Delta P^c$$

► Q 1. Une force d'attraction s'exerçant entre deux points matériels de masse m et m' distant de r est donnée par la loi de Newton $F = G \frac{mm'}{r^2}$.

► La dimension de G est :

- A. ML^2T^{-2}
- B. $M^{-1}L^3T^{-2}$
- C. $M^{-1}L^2T^{-2}$
- D. $M^{-1}L^3T^{-1}$
- E. $M^2L^2T^{-2}$

► Q2. Une particule de masse m enfermée dans une boîte de côté L , à énergie cinétique E , telle que :

► $E = \frac{\pi^2 \sigma^2}{2mV^{\frac{2}{3}}} n^2$. V : le volume de la boîte et n un nombre sans dimension. La dimension de σ est :

- A. ML^2T^{-2}
- B. ML^2T^{-3}
- C. ML^2T^{-1}
- D. $M^{-1}L^2T^{-2}$
- E. $ML^{-2}T^{-1}$

► Q3. La force de frottement $\vec{F}$ d'une particule se déplaçant d'une vitesse $\vec{V}$ dans un fluide d'une viscosité ν est donnée par la relation $\vec{F} = -6\pi \nu r \vec{V}$.

► La dimension de viscosité ν est :

► A. $ML^{-1}T^{-1}$

► B. $ML^{-2}T^{-1}$

► C. $M^{-2}L^2T^{-1}$

► D. $M^{-2}L^2T^{-2}$

► E. $M^{-1}L^{-1}T^{-1}$

► Q4. La relation entre le poiseuille, unité de la viscosité du système MKSA et le poise unité de ν dans le système CGS est :

► A. 1 poiseuille = 1 poise

► B. 1 poiseuille = 0.1 poise

► C. 1 poiseuille = 100 poises

► D. 1 poiseuille = 0.01 poise

► E. 1 poiseuille = 10 poises